



дению на своём философском языке, но и они не могут обойтись без понятия «пратитья-самутпада». В 24-й главе Mūlamadhyamakakārikās Нагарджуна объясняет, что взаимозависимое возникновение понимается им как синоним шуньяты – сущности сущего: Yaḥ pratītyasamutpādaḥ śūnyatām tām pracakṣmahe (Взаимозависимое возникновение – это то, что мы называем шуньятой)²². Поскольку все самскрита-дхармы возникают взаимообусловленно, следовательно, все они прозрачны и пусты (śūnya). Они, непостоянные, не существуют сами по себе. Взаимообусловленность всех самскрита-дхарм указывает на «ненастоящий» характер всего сущего, несамостоятельность и непостоянство всех явлений, на причину сансары – авидью, на омрачающую силу неведения. Именно распознавание всех самскрита-дхарм как «шунья» и является спасительным знанием, указывающим на выход из клетки сансарного существования.

Примечания

- ¹ Индийская философия: энциклопедия / отв. ред. М.Т. Степанянц. М., 2009. С. 645.
- ² Цит. по : Boisvert M. A study of the five aggregates in Theravāda Buddhism. Montreal, 1992. P. 7.
- ³ См. : Singh J. An Introduction to Madhyamaka philosophy. Delhi, 1976. P. 22–24.

- ⁴ Vasubandhu. Abhidharmakośakārikā / ed. V. V. Gokhale // J. of the Bombay Branch / Royal Asiatic Society. 1946. Vol. 22. P. 82.
- ⁵ См.: Розенберг О.О. Труды по буддизму. М., 1991. С. 167–178 ; Щербатской Ф.И. Избранные труды по буддизму. М., 1988. С. 197–198.
- ⁶ Розенберг О.О. Указ. соч. С. 175.
- ⁷ Пятигорский А. Введение в изучение буддийской философии (девятнадцать семинаров). М., 2007. С. 40.
- ⁸ Далай-Лама XIV. Мир тибетского буддизма. Обзор его философии и практики. СПб., 1996. С. 56.
- ⁹ Пятигорский А. Указ. соч. С. 40.
- ¹⁰ Там же. С. 41.
- ¹¹ См.: Щербатской Ф.И. Указ. соч. С. 391.
- ¹² Цит. по : Lindtner Chr. Nagarjuniana. Studies in the Writings and Philosophy of Nāgārjuna. Copenhagen, 1982. P. 105.
- ¹³ Tsongkapa. Calming the Mind and Discerning the Real / transl. by A. Wayman. N.Y., 1978. P. 462.
- ¹⁴ Ibid. P. 240.
- ¹⁵ Розенберг О.О. Указ. соч. С. 176.
- ¹⁶ Там же.
- ¹⁷ Там же.
- ¹⁸ Андросов В.П. Буддизм Нагарджуны. М., 2000. С. 585.
- ¹⁹ Розенберг О.О. Указ. соч. С. 177.
- ²⁰ Там же. С. 178.
- ²¹ Там же.
- ²² Nāgārjuna. Mūlamadhyamakakārikās / avec la Prasannapadā commentaire de Candrakīrti. Bibliotheca Buddhica. SPb., 1903. T. 4. P. 503.

УДК 165.12

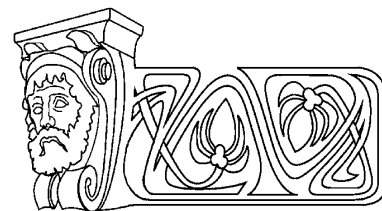
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЪЕКТ В СОВРЕМЕННОМ ФИЛОСОФСКОМ ДИСКУРСЕ

Д. Н. Букин

Волгоградский государственный университет
E-mail: hetfieldukin@mail.ru

Проблема оснований математики напрямую затрагивает вопросы существования и онтологического статуса математического объекта и определяется содержанием двух основных противоборствующих методологических концепций – реализма и конструктивизма. Показано, что в основе их противостояния лежат диалектические отношения категориальных пар «единичное–общее», «субъект–объект», «сущность–явление». Рассмотрены пути преодоления возникших противоречий на базе идей современных школ конструктивного реализма, структурализма и натуралистического конструктивизма.

Ключевые слова: математический объект, субъект, конструкция, структура, практика.



Mathematical Object in the Modern Philosophical Discourse

D. N. Bukin

The problem of the bases of mathematics directly mentions questions of existence and the ontological status of mathematical object and is defined by the content of two basic contradictory methodological conceptions – realism and constructivism. It is shown that at the heart of their opposition dialectic relations of categorial pairs «individual–general», «subject–object», «essence–phenomenon» lie. Ways of overcoming of the arisen contradictions on the basis of ideas of modern schools of constructive realism, structuralism and naturalistic constructivism are considered.

Key words: mathematical object, subject, construction, structure, practice.



Центральной проблемой философии математики была и остается проблема оснований математики, напрямую затрагивающая вопросы существования и онтологического статуса математического объекта. От ответа на вопросы «Как существует математический объект?» и «Существует ли он вообще?» зависит не только развитие частных научных направлений, но и расширение возможностей рационального познания в целом. Решение данной фундаментальной проблемы определяется общим содержанием той или иной философско-методологической концепции. При этом на фоне многообразия учений и концепций, представляющих эту тематику, отсутствуют единые систематически представленные методологические основания выделения и анализа математических объектов. Обсуждению возможности синтеза различных когнитивных практик, поиску общих точек соприкосновения и, как следствие, определению путей решения поставленных задач методами философии посвящена настоящая работа.

Обзор ведущих философских течений, каждое из которых отстаивает собственную точку зрения на математическую реальность и ее закономерности, показывает, что основными идейными противниками на протяжении всей истории мысли, начиная с античности, являются представители *реализма* и *конструктивизма*. К первым принято относить Платона (именно поэтому реализм иногда называют *платонизмом*, что, на наш взгляд, не совсем точно), Г. Лейбница, Г. Фреге, Б. Рассела и др.¹ Общая позиция, провозглашаемая со времен Академии, такова: «Общее как предмет математики существует объективно, и здесь речь идет не о том, чтобы его конструировать, а о том, чтобы его открыть»². Ясность и содержательность данной мысли обеспечивает ее востребованность и в наши дни. Так, например, в творчестве современного исследователя А. Бадью, разработавшего оригинальную «теорию презентации» с использованием современной математической техники, можно встретить рассуждения о явленности сущего до проведения процедуры его «оформленности» в нечто (счет). Отечественный исследователь творчества Бадью О. А. Доманов отмечает: «В терминах

способов быть до презентации мы имеем нечто неструктурированное, о чем мы даже не можем сказать, является ли оно единицей или множеством <...> при этом оказывается, что мы все же что-то знаем о сущем до презентации. А именно – мы знаем, что оно способно презентироваться <...> Другими словами, мы знаем, что оно способно быть»³.

Вообще говоря, в математике далеко не всегда удается доказать существование объекта, опираясь на конкретный алгоритм построения. Это касается, в частности, доказательств ряда важных математических теорем (например, теоремы Кантора, теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности и т.д.), а также сферы применения иррациональных и комплексных чисел. Примечательно, что в случаях с неконструктивистским обоснованием существования математического объекта речь идет об указании не на какой-либо «явленный» единичный предмет (конкретное число, геометрическую фигуру и т.д.), а на предмет, явленный в своем небытии чем-то другим, т.е. такой, само существование которого вытекает из закона исключенного третьего. Так, доказательство «от противного» теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности не «скрывает» его сущности (хотя и не «привязывает» ее к конкретному числу), а явление представлено не конкретной величиной, а в виде абстрактного алгебраического символа. Теорема Кантора показывает, что сущностью несчетного множества является принципиальная «ненумеруемость» сосуществующих в единстве элементов, в то время как явлением, то есть некоей целостностью, воплощающей единство многого, может выступать, например, единичный отрезок и т.п.

Ключевыми фигурами *конструктивного* направления в философии математики выступают И. Кант, представители позднего *интуиционизма* Л. Брауэр, Г. Вейль, А. Гейтинг и др. Корни конструктивизма также следует искать в античности. По этому поводу И. Т. Касавин отмечает: «В античной математике конфронтировали между собой в понимании математического знания, с одной стороны, школа Евдокса, а с другой стороны, Платоновская Академия <...> Кант занял позицию Евдокса, согласно которой в каче-



стве доказательств существования математического объекта дается указание на принципы его конструирования или возможность его анализа как определенной конструкции⁴. Действительно, наиболее распространенный способ доказательства существования математического объекта заключается в его непосредственном построении. Данный способ широко применяется в алгебре, евклидовой геометрии, математическом анализе и является основополагающим в интуиционистской философии математики. В ходе его применения субъект стремится получить некоторый результат (явление), раскрывая при этом имплицитно содержащуюся в объекте определенность (сущность). Так, получая число «семь» в качестве значения предела последовательности, мы имеем дело с явлением. Сущностью же предела как математического объекта в этом случае является другая величина – номер, начиная с которого все члены последовательности попадают, согласно определению предела, в так называемую «эпсилон-окрестность». Данный пример является наглядным выражением конструктивистской позиции Канта и более поздней школы интуиционистов: «Математическое познание производно от некоторого интуитивного использования разума путем конструирования понятий <...> Это интуитивное использование разума служит тому, чтобы общее рассматривалось в особенном»⁵.

Спор двух рассмотренных конкурирующих исследовательских традиций едва ли приведет к рождению новых истин в математике, но, с точки зрения философии, их сравнение позволяет сделать важный вывод: плоскость, в которой два указанных направления противопоставлены друг другу, образована диалектическим соотношением категорий сущности и явления, общего и единичного. Это наводит на мысль о необходимости последовательного категориального анализа оснований бытия математического объекта. Некоторые результаты данного анализа представлены ниже.

Итак, реалисты подвергают критике конструктивистов и интуиционистов за то, что те, находя «общее в особенном», редуцируют тем самым общее, которое в действительности *есть*, до единичного, которое

предъявлено субъекту в его сознании. Например, из исследований Канта, описавшего субъекта как действующее сознание, продуцирующее предметы своего знания, можно сделать довольно радикальный вывод о том, что всякий математический предмет существует постольку, поскольку он сконструирован в сознании субъекта. Э. Гуссерль в «Начале геометрии» фиксирует, казалось бы, безусловную предданность математического объекта: «Математический объект абсолютно объективен, т.е. полностью избавлен от эмпирической субъективности», но тут же добавляет, что «его бытие с самого начала есть бытие-объектом для некоторого чистого сознания»⁶. Интуиционисты напрямую указывают на то, что «математические предметы <...> существуют только в той степени, в какой они могут быть определены мышлением, и имеют только свойства, поскольку последние могут быть познаны мышлением»⁷. Данная позиция, носящая ярко выраженный субъективистский характер, имеет множество сторонников как среди философов, так и среди математиков, однако зачастую не выдерживает проверку самой математической практикой. Достаточно привести пример принципиальной неконструктивной доказуемости ряда важнейших математических теорем⁸.

С другой стороны, господство на протяжении долгого времени в истории философии тенденции абсолютизировать задачу поисков оснований бытия привело к обострению вопроса о собственных основаниях, дающих человеку возможность рационального познания мира. Впервые рационально объяснить мир попытались элеаты. В дальнейшем тезис Парменида о тождестве мышления и бытия неоднократно актуализируется в различных философских традициях: например, новое, прогрессивное прочтение он находит в картезианском осмыслении процесса постижения мыслящей субстанцией протяженного материального мира. Опираясь на знаменитое «*cogito ergo sum*» Декарта, мы можем заключить, что, мысля о каком-либо (в нашем случае – математическом) объекте, мы тем самым обнаруживаем факт своего существования *вместе* с этим объектом. На наш взгляд, данная идея и в наше



время заключает в себе глубокий, не до конца раскрытый потенциал. Артикулированная диалектически, она наталкивает на мысль о том, что только органичная связь, взаимоположенность субъекта и объекта дают в синтезе целостную структуру математического мышления.

Вместе с тем разрешение противоречия между законами разума и законами объективного мира, лежащими в основе математической рациональности, предполагает переход от абстрактно-логического противопоставления субъекта и объекта к исследованию реального процесса их «совпадения». Другими словами, необходимо отыскать такое основание бытия математического объекта, которое имело бы одновременно значения единичности, непосредственности и всеобщности. В настоящее время перспективными направлениями в решении данной задачи выступают конструктивный реализм, математический структурализм и натурализм («натуралистический конструктивизм») Ф. Китчера. Остановимся на них подробнее.

Конструктивный реализм – одно из ведущих течений в современной эпистемологии, возникшее как критическая реакция на установки математического, эпистемологического и социального конструктивизма. Ведущий отечественный специалист в данной области В.А. Лекторский отмечает: «Конструирование и реальность не исключают, а необходимо предполагают друг друга <...> Познаваемая реальность не “непосредственно дается” познающему и не конструируется им, а извлекается посредством деятельности. Познается не вся реальность, а лишь то, что познающее существо может освоить в формах своей деятельности»⁹.

Математический структурализм, несмотря на свое генетическое родство с классическим философским структурализмом, идущим от Ф. де Соссюра, К. Леви-Стросса, М. Фуко и др., благодаря специфике своего предмета занимает отдельное место в современной философии науки. Суть данного философского подхода к математике заключается в том, что математический объект рассматривается как место в определенной структуре, как элемент в системе заданных отношений. Одним из ярчайших представи-

телей данного направления по праву считают великого немецкого математика-универсала Д. Гильберта. В его концепции обоснования математического знания плодотворно сосуществуют две магистральные идеи. Первую из них можно сформулировать так: «Математика в ее элементарной форме представляет собой описание конкретных материальных объектов и анализ связей, существующих между ними», причем «средой построения является не сознание, а материальный мир»¹⁰. Вторая заключается в обосновании Гильбертом необходимости перевода системы математических аксиом в формальную систему, так называемой *формализации*. Здесь, как отмечает О. Аронсон, «формализм (в его гильбертовском изводе) <...> видит в математике не столько способ описывать мир, сколько особенность человеческого мышления»¹¹. В целом же математический структурализм пытается избежать абсолютизации методов формализма и априоризма любых форм, а также ограниченности интуиционизма и эмпиризма в его традиционной интерпретации.

Идеи *математического натурализма* Ф. Китчера во многом совпадают с установками диалектического материализма и в целом фиксируют историческую природу математического знания. Они с успехом могут быть использованы в исследовании вопроса тождества математической реальности и постигающего ее мышления на базе сведения философии математики к философии опытного знания. Выбрав в качестве основного для адекватной философии математики понятие «математическая практика», Ф. Китчер настаивает на исключительной роли последней в решении проблемы развития науки в целом. Он вопрошает: «Где точка равновесия между эпистемической целью понимания уже достигнутой математики и целями, поставленными перед нами опытными науками и нашими практическими нуждами? Разрушает ли современная практика это равновесие?»¹².

Безусловно, ряд положений концепции математического натурализма подвергается резкой критике со стороны противников диалектического материализма. Их скептическое отношение отчасти объяснимо некоторой



односторонностью попытки обусловить возникновение и развитие математической науки экономическими отношениями¹³. Вместе с тем мы полагаем, что залогом получения положительного исследовательского результата не должна становиться деконструкция на чей-то взгляд «устаревшей» философской школы (с которой в плане формирования системности мышления и проработки отдельных фундаментальных разделов философии едва ли может сравниться какая-либо другая школа XX в.). Скорее, речь должна идти о синтезе подходов, идей, стилей мышления. Так, известный французский философ науки Н. Мулуд, с рационально-диалектических позиций подошедший к обоснованию эвристической ценности структуралистской методологии, приходит к важному выводу о недопустимости противопоставления «опытного» и «формального» аспектов математического метода. При этом автор отмечает: «Если мы ограничимся, однако, простым сопоставлением обоих методов или их хронологическим упорядочением, то в этом случае лишь поверхностно затронем вопросы, возникающие в связи с дуализмом математики “наивной”, обращенной непосредственно на объект, на модель решения, и математики “ученой”, стремящейся постигнуть структурную суть отношений. Для того чтобы понять математическую мысль во всем динамическом единстве ее метода, следует выделить некоторый “медиативный момент” – момент выхода рассуждения за узкие рамки, задаваемые поиском решения задачи, и обращения его к исследованию структурных закономерностей, иными словами, перехода с уровня описания на уровень систематизации»¹⁴. Интересно, что подобный «медиативный момент» можно выделить и у Ф. Китчера (как переход от операций рудиментарной математики к операциям более высокого уровня), и в системе «субъект-деятельность-объект» у конструктивных реалистов. Это свидетельствует об определенном методологическом «родстве» рассмотренных направлений, каждое из которых вносит свой вклад в решение проблемы онтологического статуса математического объекта, переформулированной нами в контексте взаимоположенности мыслящего субъекта и постигаемого им бытия.

Все вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы. В основе противостояния двух фундаментальных философско-математических концепций – реализма и конструктивизма, содержание которых определяет проблему единых оснований математики, лежат диалектические соотношения категориальных пар «единичное–общее», «субъект–объект», «сущность–явление» и т.д. Категориальный анализ оснований бытия математического объекта показывает, что только органичная связь субъекта и объекта позволяет адекватно описать целостную структуру математического мышления. К перспективным направлениям современной философии математики, стоящим на пути преодоления крайностей субъективизма и объективизма, относят конструктивный реализм, математический структурализм и математический натурализм. Диалектическая основа указанных концепций требует исследований, заключающихся в рассмотрении разнообразных отношений ее категорий как с объектом познания, так и с реальным процессом постижения закономерностей математической реальности.

Примечания

- ¹ См.: Беляев Е. А., Перминов В. Я. Философские и методологические проблемы математики. М., 1981.
- ² Касавин И. Т. Конструктивизм как идея и направление // Конструктивизм в теории познания. М., 2008. С. 66.
- ³ Доманов О. А. Счёт-за-одно (compte-pour-un) в онтологии А. Бадью // Современная онтология II: материалы международного науч. конф. «Бытие как центральная проблема онтологии». СПб., 2007. С. 45.
- ⁴ Касавин И. Т. Указ. соч. С. 66.
- ⁵ Там же. С. 67.
- ⁶ Гуссерль Э. Начало геометрии. М., 1996. С. 12–13.
- ⁷ Ружа И. Основания математики. Киев, 1981. С. 318.
- ⁸ См.: Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? М., 2004.
- ⁹ Лекторский В. А. Можно ли совместить конструктивизм и реализм в эпистемологии? // Конструктивизм в теории познания. М., 2008. С. 36–37.
- ¹⁰ Приводится по: Ружа И. Указ соч. С. 320.
- ¹¹ Аронсон О. Возможна ли деконструкция в математике? // Наука: от методологии к онтологии. М., 2009. С. 136.
- ¹² Китчер Ф. Математический натурализм // Методологический анализ оснований математики. М., 1988. С. 31.
- ¹³ См.: Рыбников К. А. Возникновение и развитие математической науки. М., 1987. 159 с.
- ¹⁴ Мулуд Н. Современный структурализм. М., 1973. С. 63–64.